

# 最終レポート

No. 1 / 8

## 1. 本時の目的

平方根について、実際に体験しながら平方根とは何かを知り、  
有理数の平方根をおめしれるようになる。

## 2. 本時の導入過程

教室に入り、起立・礼・着席をね。生徒を2,3人呼んで電卓を教室に運び入れるのを手伝ってもらう。

手伝ってくれてありがとう。これは後で使うから楽しみにしておいて？

ではでは、今日からはまた新しいことをやってきます。

この名も「平方根」！ 前までやった「因数分解」みたいにややこしい名前をしているんだけど、ほら、この「根」、この部分を隠すと、Aさん、どこかでこの文字見たことない？

(平方(セキ)メートル、わからな..)

(わからな..場合) これじゃあヒント、三角形や四角形の面積の単位って何だった？

(平方(セキ)メートル)

うですね。平方(セキ)メートル。これに出てきていました。もしかしたら平方根っていうものは平方(セキ)メートルと何か関係があるのかも知れませんね。

④今日は、この平方根、というものが何物かを考えていこうと思つます。

というわけで吉田講師によれば、先生、二人分のを作りました。

ここに、(辺が)1cmの正方形があります。この正方形の面積はいくつになりますか。  
→正方形を黒板に貼たと同時に、1ピツと誰かを当てて。

(1 cm<sup>2</sup>)

すばらしい。これで皆は平方根を半分理解しました。

え？意味が分からな..？ まあまあ、まだあわてな..。

では、次の問題です。

No. 2 / 8

ここに、面積が  $4\text{cm}^2$  の正方形があります。この正方形の辺の長さは何cmですか。

→ 先ほどの正方形と面積比が  $1:4$  の正方形を黒板に貼り、違う生徒を1人と当てて

(2cm)

（のとおりですね。ちやせにこのよしして考えましたか）

( $2\text{cm} \times 2\text{cm} = 4\text{cm}^2$  / 辺の長さが 2cm の正方形の面積は  $4\text{cm}^2$  だから)

なんとなく、皆さんは平方根のもう片手も理解していました。  
では、これらへて皆のおまちがね、電卓を使いたいと思います。  
1人1つずつ取ってきてまとめて下さい。

さて、行き渡るでしょうか。これでは、平方根を理解した皆さんの最終問題です。

ここに、面積が  $2\text{cm}^2$  の正方形があります。この正方形の辺の長さは何cmですか。

→ 適当に何人が当てます。

(わからぬ / 予想で答える)

少なからず、整数とか簡単な数字ではないよね。たとえ  $1\text{cm}$  の正方形の面積は  $1\text{cm}^2$  たらしく  $2\text{cm}$  だと  $4\text{cm}^2$  なんだか。

ここでこの電卓の出番です。

正方形の面積は辺の長さを2回掛けたらでてくる。これを皆さんは理解しています。

だから、電卓を使って同じ数を2回掛けで2に近くなるものを探し出します。

1人でやるのはしづらいから、班対抗でやろう。一番 2に近く来た班の勝ちです。

ここで、先生から2つ、攻略のヒントを授けましょう。

1つ目、電卓で同じ数を2回掛けたときは、数字を入れたあと、「 $\times$ 」を押したあと、

次に「 $=$ 」を押す? たぶん、「2」を押して「 $\times$ 」のあと、「 $=$ 」を押したS。

4人にあります。これを使って下さい。

20目、計算結果が 2 を超えないようにしましょう。もし 2 を超えてしまったら、少し小数でたましにましょう。1.5 がダメなら 1.4 で… これが。

では始めようか。制限時間は 3 分です。スタート

→ 3 分後、各班で結果を発表せよ

あっかれ様でした。結果発表です。この中で一番高いのは〇班です！  
おめでとう。

ここで電卓を使うのは終了です。回収します。〇班で集めれ持ってきて下さい。  
→ 回収

さて、皆さんお詫びの間に黙中に、先生がおかしいと言っていたことに気がついたかな？  
2 は奇なるものを探し、ここでは、2 回同じ掛けで 2 になるものは無いのか。  
もちろん人にはありや。数学的に不可能はありませんので。  
あれはあれのですが、皆さんへやてくれた通り、めちゃ長い数なんですよ。  
電卓じゃなくて手計算だね。

補足：電卓には近似値といふのは存在し、電卓が「2 の平方根」だと近似で表示  
数を入力すると 2 は表示場合が制限。例えば iPhone の電卓、アンドロイド 小数第 15 位まで  
入力すると 2 と表示されます。電卓の能力にもよますが、3 分間でこの値まで  
辿り着くのは困難でねと思われる。一般的には考慮しないものとし。  
もし発生した場合はこれが本当の数ではないことを説明します。

実は教科書にもこの事が書いてあるんだ「けど、B サン、教科書の 48 ページを開いてくれるかな。  
そこには  $\sqrt{2} = \dots$  これが数字がズラーッと並んであるから、これ読んどくれる？」

(1.414 …)

ありがとう。お疲れ様でした。がんばってやった B サンに拍手。  
いや、大変だよね。ここまで書いて、まだ 2 にはならない。  
なので！昔の人はこれをただ 1 文字で表すようにしてくれました。  
これを使えば、面積が 2 cm<sup>2</sup> の辺の長さは 1.4 なんだから、自分で書いくとよろしく。  
ねえ。

では教科書をくれ。トトに早くして下さい。

「面積が  $2 \text{ cm}^2$  の正方形の 辺の長さは、 $\sqrt{2} \text{ cm}$  である。」

すると、 $2$  は、「 $\sqrt{\phantom{x}}$ 」をつけて計算すれば簡単になりました。

「 $\sqrt{\phantom{x}}$ 」の名前は、根号といいます。なので、「 $\sqrt{2}$ 」は ルート  $2$  と読みます。

ちなみに ルート、アーティルは「root」やねんけど、これ、何で意味が分かる？

ヒントは、この名前にあら人たけど…

→ 生徒が言いたいことを聞いておき、出でてから何人かにあわせた。

(「根」/ わからぬ)

(わからぬ場合) じゃあ最大ヒント。似たようなアーティルの単語に、「root」というのがあるけど、この意味は何たたけ？

(屋根)

元々屋根。これと同じ字を、さと書いたのが、根号の「根」、屋根の「根」、そして「root」は、「根」という意味があつた。つまり、さとた「平方」、アーティルの意味の「根」、  
2乗根を平方根！…って説ではなかったけどね。でもこの「根」の話は、れて出てるんだ。  
平方根の説が解明されるたつたのです。

けり話前の方にたづねよう。さて、CIA、さて、

2  $\text{cm}^2$  の正方形の辺の長さを  $\sqrt{2} \text{ cm}$  を表したわけなたけど、この正方形の面積を求める式はどうなるよ。

一度確認におとすが、正方形の面積は辺の長さを 2 回、掛ければ求められた  
ので、1辺が  $2 \text{ cm}$  の正方形の面積を求める式は、 $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$  でした。  
では CIA、1辺が  $\sqrt{2} \text{ cm}$  の場合の式はどうなりますか。

$(\sqrt{2} \text{ cm}) \times (\sqrt{2} \text{ cm}) = 2 \text{ cm}^2$ )

正解です。では、ここで少し思ふ出でてほしいところありますか？ 同じ数を 2 回掛けた時、何が特別な表し方がありましたよね。覚えていて下さい。

→ 出でてます！ どんどん次の生徒に質問していく。

## (覚えてない / 2乗)

お、出てましたね。で、2乗です。例えば、 $2 \times 2$ 、これは  $2^2$  と表しましたね。

$\sqrt{2} \times \sqrt{2}$  の場合も一緒、ただ、書いたり少し注意ですね。

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2$$

根号があるのでじめたが、 $\sqrt{2}$  をかこて  $(\sqrt{2})^2$ 、2乗と書きました。

で、ここで  $(\sqrt{2})^2$  答えました。( $\sqrt{2} \text{ cm} \times \sqrt{2} \text{ cm} = 2 \text{ cm}$  つまり)  $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$  とありますよ。で、 $(\sqrt{2})^2 = 2$ 、これは、「 $\sqrt{2}$  を2乗すると  $2$  になる」ということを表しています。

で、これが平方根、という言葉の正体です。今朝の初めの方でも出てきていた、平方を  $4 \times 4$  の平方。これは、同じもの2つを掛け合わせる、という意味があります。

平方を  $4 \times 4$  は、セーブルの2乗つまりセーブルを2回掛けているという意味になります。

実際、面積を求める時は長さ、という同じものを2回掛けていますね。

で、平方根の「根」、これはちぎりました。 $\sqrt{\phantom{x}}$ 、これが根号を意味しています。

では「根」とは何ですか。これは、2乗するとある数になる、この根幹という意味です。

例えば、4という数は、2という数の2乗で表せます。つまり、2という数が「根幹」

すなはち元にまでい封する。この2つの意味を合わせたのが「平方根」というのです。

で、3で、さて、 $2^2 = 4$  といいましたが、2乗(で4になる)数、で

ほかにもありましたね

Dさん、これ覚えてる?

→ 分かりませんれば次へ

## (覚えてない / -2)

で、で、-2もあれば、つまり、「2乗(で4になる)数は、 $2 \times -2$ 」とあります。

このようだ、「2乗(で4になる)数は  $x$ 」というの、今回だと  $x$  は4、 $x$  は  $2 \times -2$  がでていますね。この  $x$  を、「平方根」といいます。で、これを式の関係にするとこうなります。

$$x^2 = a : 2 \text{乗(で } a \text{ になる) } x$$

もし始めからこの式だからで、これが「平方根で」でなく「で」言てもわかるんだと思ふけど。

平方根を自分で、平方根といふ言葉の意味をも解り明かした皆さんなら大丈夫ですよ。

というわけで、大きい練習問題をやってみよう。P.49の問題3を、班で協力して解いてみよう。

→ 各回まで答えを発表してもいい。答え合わせを行う。

皆、答へたか？

で、ここで人たけど、(1)とか 答えに  $b^2 - b$ 、と書くの、少しだけよくないね。

皆はもつ中学生 なんだから、これはやつこよくなまぬ。

$b^2 - b$  をまだで、「 $\pm b$ 」と書くのが  
いいよ、お得ですね。

で、この問題は すでに 整数、もしくは 分数、小数で書いたわけだけど、

でも、今、 $\sqrt{1}$  は つれ やつんだから、これも まだ おきましょ。

| 2 の 平方根は 何で しまうか |

$(\sqrt{2}, -\sqrt{2} / \pm \sqrt{2})$

うござね、 $\pm \sqrt{2}$  になります。特に 变わりは 制せんね。

で、ここで 皆に 1つ 注意に つけて いきましょ。これが 1つあります。

とても大事なこと、これが 授業 最後 だから しっかり 聞いてね。

| たとえ、平方根の式は、 $x^2 = a$ 、と書いた人たけど、 $a = -2$  の時の  $x$  の 値、何に おもと思ふ？ |

(分からぬ /  $\pm \sqrt{(-2)}$ )

実はこれ、 $x$  の 値は 実在しない、というのが 正解に なります。

なぜかというと、正の 数も 負の 数も 2乗、つまり 2 回掛けた S どちらも 正の 数になります。

というわけに、 $x^2 = -2$  が そもそも 成立しません。なので、 $x$  の 値は ない ... のですか。

なぜなら S といつて おもSある、なんてことは 数学では ありませぬ。無理だ S どうすの？

作ればいいですよ。 $x^2 = -2$  が 成立する  $x$  の 値は 数学者たちによって 作り出されたのです

が、理念ながら そのことは 中学数学では 難しくて 理解できまい、ということ。

高校数学で、かつ 理系の道へ進むか、学ぶか、このままでいい

なので 興味が あそ人は、ぜひ、ぜひ 高校で 学んで 下さい。

No. 7/8

…少し熱弁にはましだね。このくらいはおさまげ。

今、平方根のあたりを全部 しゃべってはうと つまらないでからだ。

あ、でも聞きたい人いたら、先生のところに来てくれば、先生の話もわかりやす~く  
がっつ~い 教えさせあげますよ？

…では、今日のおさらいをしましよう。

今日は、2乗根である数に対する、平方根、というものをしてました。

これが“あれば”、どんな正方形でも面積を二分すれば、辺の長さが“分かりますね。

しかし、この平方根、どうやって  $\sqrt{ }$  がついているか。ここについては、また“分かるないところ”  
たくさんあります。数学についての性質をもつのか、大小関係やたし算、ひき算はできるのか。  
まだまだ“分らぬ”ところばかりです。

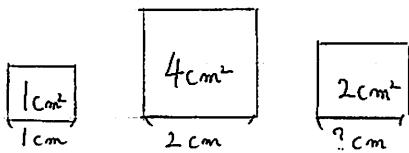
次回からは、この平方根について、平方根の使い方、正方形以外の所でも使われているのか  
などもやめてます。

今日は、相手ここまでです。おつかれ様でした。

(起立・礼をし、退室)

## ① 板書案

## 2章 平方根

②  $?\times ? = 4$  となる数

A班の結果… 1, 4, 1...

B班の結果…

P.48 2乗根と  $a$  となる数★ 面積が  $2 \text{ cm}^2$  の正方形の 辺の長さは  
 $\sqrt{2} \text{ cm}$  である $\sqrt{\phantom{x}}$  : 根号 と… $\sqrt{2}$  を ルート 2 と読む $\sqrt{2} = 1.41421356 \dots$  (とまど続く)

## 2章 平方根

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ cm}^2 & 4 \text{ cm}^2 & 2 \text{ cm}^2 \\ 1^2 = 1 & 2^2 = 4 & (\sqrt{2})^2 = 2 \end{array}$$

$$\sqrt{2} \text{ cm} \times \sqrt{2} \text{ cm} = 2 \text{ cm}^2$$

 $\Rightarrow \sqrt{2}$  を 2乗根と 2乗する

ex. 2乗根で 4 となる数は?

$$\Rightarrow 2 \text{ と } -2$$

③ 2乗根と  $a$  となる数を  $a$  の平方根という。 $x^2 = a$ : 2乗根で  $a$  となる数

P.49 問3. (1) 6, -6 (2) 7, -7 (3) 1, -1

(4) 0.4, -0.4 (5)  $\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$  (6) 0

★ 6, -6 を 土 6 と表し プラスマイナス 6 と…

? 2の 平方根は何か  $A = \pm \sqrt{2}$ ④  $\sqrt{-2}$  という数は 実数でない ( $x^2 = -2$  となる  $x$  がなし)

(使用した教科書の部分は中間レポートのところと同じ所であります。これまで流用しています。)