

シナリオ型指導案

1：本時の目的

数学的な意味で「集合」というと難しいように聞こえ、日常で使っている「集合」という意味とは少し違う面もあるが、数学的な「集合」の意味を知ってもらい、理解を深めてもらう。

身近な『物の集まり』を例に挙げて、数学的な抽象概念を具体化して数学の意味を感じてもらおう。

(杉浦コメント：この波線こそ数学教師の行なうべきこと)

2：本時の指導過程

先生が教室に入って、起立・礼・着席をした後に、今日の朝新聞で読んだちょっとしたニュースなどについて話し、今日の勉強する内容を告げる。

先生「高校の数学Aの最初の『集合』という単元を勉強していきます。この数学の教科書に『集合』って書いてあるけど、数学と関係なしに、日常生活で『集合』という言葉聞きますよね。」

『集合』って言葉聞いたことある人、手を挙げて下さい。

(生徒の反応) 何人が手を挙げる。

では、集合というのはどういう時に聞きますか？ え～っとさっき手を挙げてくれたいたさん。

(生徒の反応) 「友達と待ち合わせする時。」 / 「集まる時。」

先生「そうですね。先生もそういう時に使います。10時に駅に集合！とかね。とにかくさんがゆうてくれたように『集まる』っていうイメージがありますよね。数学でいう『集合』というのは人が集まるんじゃなくて数字が集まったりします。」

板書内容

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
2	4	6	8	10	B					
1	3	5	7	9	C					

Aはどんな数字が並んでいますか？ じゃ～くん。

(生徒の反応) 「1から10までの数。」

先生「そうです。しかもそれは数の中でも整数ですね。まとめていうと1以上10以下の整数ですね。」

板書内容

ある明確な範囲を持った集まりを**集合**という

先生「1以上10以下の整数というような明確な範囲を持った集まりを『集合』といいます。今から集合Aのような集合を簡単に表す方法を勉強します。」

板書内容

$A = \{ \quad \mid \text{は整数, } 1 \leq \quad \leq 10 \}$

先生「これだけではワケわかりませんね～。説明します。形的にはこんな感じになってますね。」

板書内容

$A = \{ \boxed{\quad} \mid \boxed{\quad} \}$

要素 要素の条件

先生「要素というのは、集合1つ1つの数字のことです。成分みたいなものですね。たとえば。」

集合Aの要素は何ですか？ じゃ～ さん。

(生徒の反応)「1 2 3 4 5 6 7 8 9 10」

先生「そうです。正解です。今言ってくれた10個の整数全てが要素です。これは(黒板を指差して)、左側の $\boxed{\quad}$ に要素をとりあえず と考えて書いて、右側の $\boxed{\quad}$ にその要素の条件を書いたものです。要素の条件というのはさっき(2つ前の発問)くんが言ってくれたように1以上10以下の整数ですよ。分かりましたか？何か質問ありますか？本当に遠慮なく言ってくださいよ。……。ないみたいですね。では、Bについて考えて見ましょう。」

Bはどんな数が並んでいますか？ え～っと くん。

(生徒の反応)「偶数。」 / 「2で割れる数。」

先生「はい。そうですね。偶数を表すのは $2n$ という風に表しますね。」

板書内容

$B = \{2n \mid n \text{ は整数}, 1 \leq n \leq 5\}$ とりあえずここまで書く。

で何以上何以下だと、 $2n$ が 2 以上 10 以下の偶数になりますか？ ん~っと

くん

(生徒の反応)「 1 から 5 。」

先生「そうですね。 $n=1$ の時は $2n$ は 2 、 $n=5$ の時は $2n$ は 10 となりますね。だから B はこのように書きます。」

板書内容

$B = \{2n \mid n \text{ は整数}, 1 \leq n \leq 5\}$

それでは C をこのような形で書いてみましょう。

時間を少しとる。その間、先生は教室の中を動いて様子を見て回る。

…… 7, 8分後

先生「できたら隣の人と答え合わせしてみてください~。」

じゃあ黒板に書いてもらおうかな。では、 くんさん。

(生徒の反応)黒板に

$C = \{2n - 1 \mid n \text{ は整数}, 1 \leq n \leq 5\}$

先生「はい。ありがとう。(生徒が席に座ってから)正解です。よくできました。 $n=1$ に 1 を代入すると要素 $2n - 1$ は 1 となります。このように n に $2, 3, 4, 5$ を代入すると要素 $2n - 1$ は $3, 5, 7, 9$ となります。」

先生「例えば、 2 は集合 B の要素ですね。だから。」

板書内容

$2 \in B$

先生「または。」

板書内容

$B \ni 2$

先生「と、書きます。次に3の場合はBの要素ではありませんね。だから。」

板書内容

$3 \notin B$ $B \ni 3$

先生「これらのように書きます。同じように。」

板書内容

$4 \in B$ $5 \in B$ $6 \in B$ $7 \in B$ $8 \in B$ $9 \in B$ $10 \in B$
--

先生「と、なります。Cの場合は。」

板書内容

$1 \in C$ $2 \in C$ $3 \in C$ $4 \in C$ $5 \in C$ $6 \in C$ $7 \in C$ $8 \in C$ $9 \in C$ $10 \in C$
--

先生「と、なりますね。」

先生「ところで、Bの要素はAの要素の一部でもありますね。またCの要素もAの要素の一部でもあるよね。」

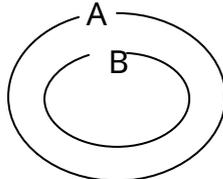
さきほど板書したものに色分けをする。

板書内容

<u>1</u> <u>2</u> <u>3</u> <u>4</u> <u>5</u> <u>6</u> <u>7</u> <u>8</u> <u>9</u> <u>10</u>	A
<u>2</u> <u>4</u> <u>6</u> <u>8</u> <u>10</u>	B
<u>1</u> <u>3</u> <u>5</u> <u>7</u> <u>9</u>	C

先生「こんな感じです。これを見ると、集合Bの要素は集合Aの要素に含まれていますね。図をかくと。」

板書内容

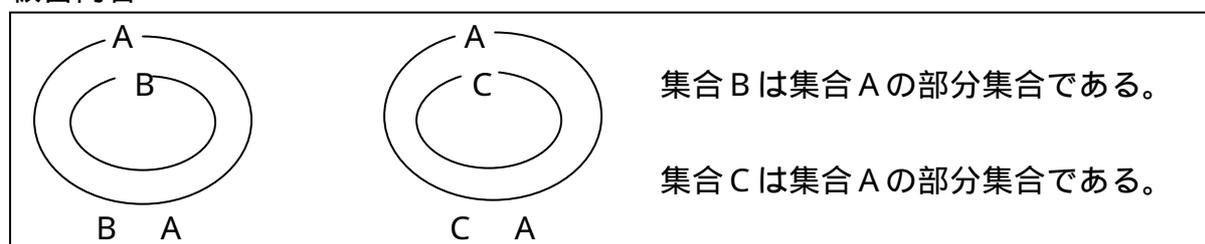
	Bのどの要素(2, 4, 6, 8, 10)もAに属する(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)時は、BはAの 部分集合 である、という。 B A または A B と書く。
(注意) 要素 \in 集合 集合 集合 \in と に注意する。	

先生「(必要な所を次々指差して)、Bのどの要素もAに属する時、BはAの部分集合であるという。で、こういう形で表記します。この注意のことは使い分けに注意して下さい。」

集合Cは集合Aの部分集合だと思いますか？はい、手を挙げてください。部分集合だ
と思う人？部分集合でないと思う人？

先生「部分集合だと思う人が多いですね。そうです。部分集合です。色分けしたやつ
見てください。集合Cのどの要素もAに属する時は集合Cは集合Aの部分集合ですね。」

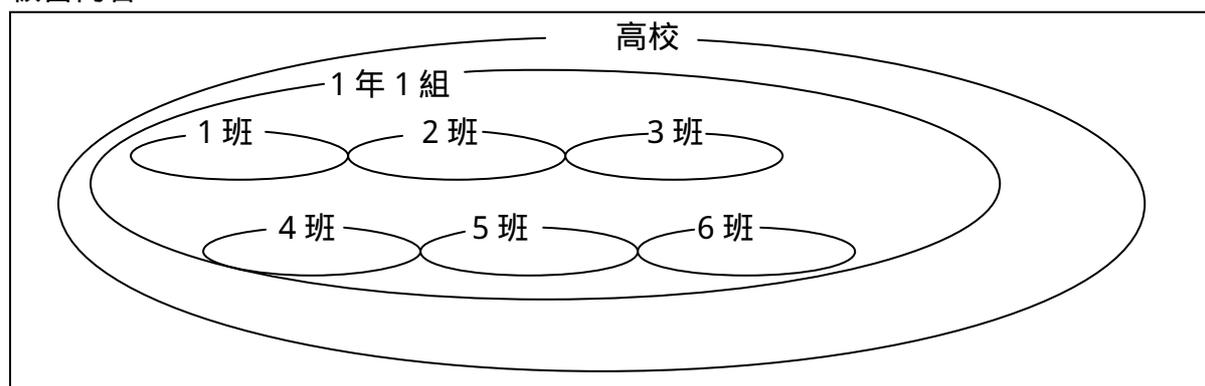
板書内容



先生「こんな感じの図でイメージしておいて下さい。」

先生「例えば、こんなことも考えられます。この学校は 高校で、このクラスは1
年1組ですから」

板書内容



先生「その1年1組の中に1班～6班があります。さらにここには書けないですけど、
一ひと班にはメンバーがいます。こういった感じで考えてくれても良いと思います。」

板書内容

{1班} {1年1組} { 高校}

先生「ちなみにこの{ }というのは集合という意味で、この{1班}というのは『1班という集合』という意味です。1班は1年1組の部分集合で、1年1組は 高校の部分集合ということになります。こう考えると部分集合というのも分かりやすくなったと思います。」

先生「ちょっと教科書34ページの『集合の表し方』ってところ見て下さい。」

板書内容

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$A = \{ \mid \text{は整数}, 1 \leq \dots \leq 10 \}$

$A = \{ \mid \text{は} 10 \text{以下の自然数} \}$

先生「これは全部同じものを表します。では、こんな時はどうでしょう」

板書内容

$D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

先生「DとEの要素が全く一致する時です。」

板書内容

D E かつ E D ならば $D = E$ である。

先生「こんな感じになります。これはDはEに含まれていて、EはDに含まれている時は $D = E$ になる、ということです。」

先生「教科書35ページの18行目を見てください。集合の包含関係 に関して、次の法則が成り立ちます。[1]はさっき言った感じですね。[2]はこんなイメージです。」

板書内容





先生「AがBに含まれていて、BがCに含まれている、からAがCに含まれている。という意味です。」

先生「次のページ、え~っと36ページを見て下さい。」

間をあける

先生「共通部分と和集合っていうタイトルになってます。共通部分って何でしょう？」

板書内容



先生「赤で示した所がAとBの共通している部分だから共通部分といいます。たとえば。」

板書内容

$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

先生「集合Aと集合Bがこんな集合とします。」

AとBに共通している要素は何ですか？ え~っと くん。

(生徒の反応)「4, 5, 6」

先生「その通りです！ そして共通部分はこのように書きます。」

板書内容

$$A \cap B = \{4, 5, 6\}$$

先生「これは集合Aと集合Bの共通部分の要素は4, 5, 6ということです。次に和集合を見てみましょう。」

板書内容



先生「赤で示した所を集合Aと集合Bの和集合といいます。」

では、集合Aと集合Bの和集合の要素は何ですか？じゃあ さん。

(生徒の反応)「2, 3, 4, 5, 6, 7, 8」

先生「そうです。よく分かりましたね。4と5と6は集合Aと集合Bでかぶってる部分なんですけど、和集合のときは1回しか列挙してはいけません。 さんは上手く答えてくれたけど、たとえば、2, 3, 4, 5, 6, 4, 5, 6, 7, 8という風に2回ゆうたらダメですよ。」

先生「そして、この和集合はこう書きます。」

板書内容

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

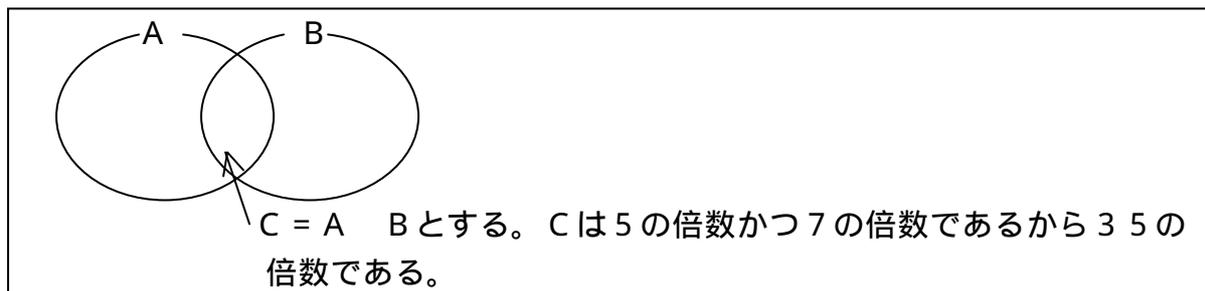
先生「これは集合Aと集合Bの和集合は2, 3, 4, 5, 6, 7, 8ということです。」

板書内容

..... 共通部分 和集合
A ∩ B..... AかつB	A ∪ B..... AまたはB

先生「もうちょっと具体的にやってみましょう。Aは5の倍数の集合、Bは7の倍数の集合とします。」

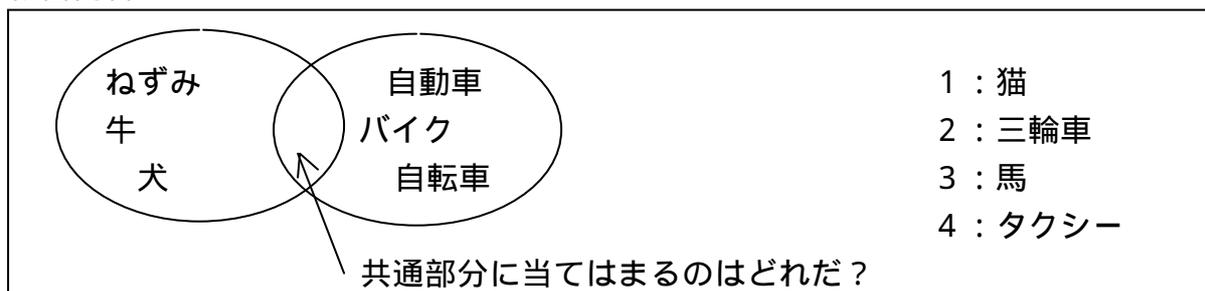
板書内容



先生「集合Aと集合Bの共通部分を集合Cとします。Cは5の倍数であって7の倍数であるから35の倍数ということになりますね。分かりますか？これは数字に関してだけの話だけど、言葉の世界で考えて見ましょう。」

先生「みなさんは11月3日7:00からのIQテストの番組見ましたか？こんな感じの問題がありました。完全には覚えてないですけどね。」

板書内容



I Qテスト見てない人手を挙げてください~

(生徒の反応)何人が手を挙げる。

先生「見た人は言わないで下さいね。じゃ~ くん、答え分かりますか？」

(生徒の反応)「.....」 分からなかったとする。

先生「左側の仲間、まあこの仲間を今は集合と呼びますね。で、この左側の集合はどんな規則で集まっていますか？」

(生徒の反応)「動物？」

先生「そう、動物です。では右側の集合は？」

(生徒の反応)「乗り物？」

先生「そう。その通り乗り物ですよ。ということは共通部分は動物かつ乗り物ですから答えは。」

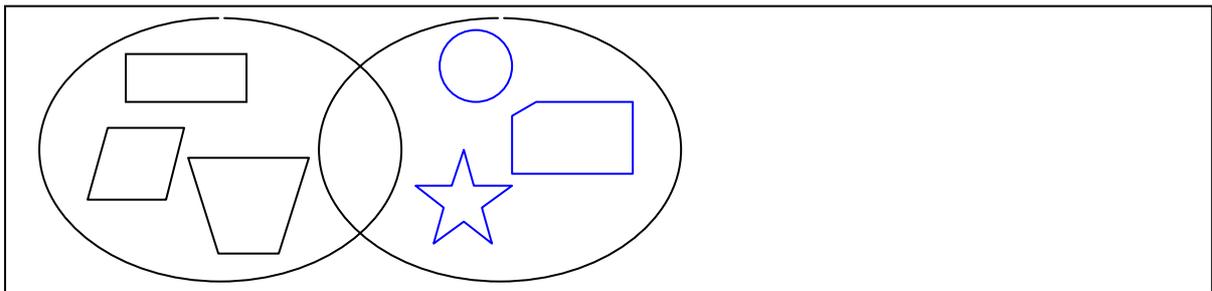
(生徒の反応)「3番。」

先生「そう。3番で正解ですよ。馬は乗り物であって乗り物でもあります。今やったようにこういうゲーム感覚的な問題も集合の考え方の一つなんですよ。面白いでしょ？」

(生徒の反応)「・・・・・・・・」

先生「あんまりおもしろくなかったかな。では、この問題はどうですか？」

板書内容



この共通部分はどんなものが入ると思いますか？え～じゃあ さん。

(生徒の反応)「青い四角形？」

先生「そう。よく分かりました。もちろんこれも集合の考えです。集合の考えは、こういう場面でも使えます。仲間分けとかする時に役立ちますね。僕はこの集合というのは物事を考える時、頭の中で整理する時に、使える考え方だと思っているのでみなさんもしっかり考えていって慣れていって欲しいと思います。」

先生「じゃあ最後に36ページの例3をやっておきましょう。」

板書内容

$A = \{3, 6, 9, 12\}$
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
A B =
A B =

先生「では、今日これ最後です。じゃあえ〜っと　　くん、黒板にこの　　と　　の要素を書いてください。

(生徒の反応) $A \cap B = \{6, 12\}$ $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$

先生「はい。大正解です。ではもう今日はこれで終わりなのですが、これから今日やったように『集合』というものはもう少し深く考えていくので一緒に勉強していきましょう。え〜っと36ページの問4を宿題にしておくんで、ノートにやっとい下さい。次の時間の最初に答え合わせしますんで、ちゃんとやっておいて下さいね。」

起立・礼をして終わる。

杉浦コメント：シナリオ型指導案という場合、このくらいの緻密さで書いてほしい。実際には2時間分くらいかもしれないけれど、完結した内容を行なおうと思うとこのくらいの学習量になると思う。

数学の指導案としてみた場合、「数学的な抽象概念を具体的な例で説明する」ことができている。このことが数学教師として一番しなければいけないことだと思う。たとえば、数学の教師は数学の抽象的世界に生徒をさそう数学の伝道師であり、そのためには、いったん具体世界に下りてきて、生徒にわからせた後、ふたたび抽象的世界に連れて返らないといけないのです。抽象的世界にとどまっていたら、生徒達を数学の世界にさそうことはできないのです。